النيوتونية المتجانسة تتعلق بالخصائص الجيومترية للصخر . في مثل هذه الحالة فإنه سيكون لقانون الارتشاح الخطي شكل أكثر تعقيداً من قانون دارسي ( ٣-٢١ ) ، حيث يبين أن سرعة الارتشاح الشعاعية وتدرج الضغط الشعاعي لاتتطابقان بالاتجاه.

يمكن اختيار الإحداثيات كمايلي ، حيث تسمى هذه الإحداثيات بالإحداثيات الأساسية للصخر .

$$v_x = -\frac{K}{\mu}\frac{\partial P}{\partial x}, \quad v_y = -\frac{K}{\mu}\frac{\partial P}{\partial y}, \quad v_z = -\frac{K}{\mu}\frac{\partial P}{\partial z} \qquad (٣-٢٢)$$

تتم دراسة القيم الحدية $K_z = 0$ ، $K_z = \infty$ ، من أجل تبسيط دراسة الارتشاح في مثل هذه الطبقة للوسط المسامي ، فإذا كانت $K_z = 0$ فالسرعة العمودية ستنعدم على سطح الطبقة ، أما حركة السائل فستتم على طول هذه الطبقة . أما عندما $K_z = \infty$ فمن الواضح من علاقة $v_z$ أنه يجب أن يكون $\frac{\partial P}{\partial z} = 0$ ، وهذا يعني أن الضغط متساوٍ هيدروليكياً ضمن المقطع العرضي ومركبات السرعة الموازية للمستوي xy ستكون موزعة بشكل متجانس ضمن الجريان العرضي .

## ٣-٣- تأثير الضغط على خواص السوائل والوسط المسامي :

إن المعادلات التفاضلية المستخرجة ( ٣-١٢ ) ، ( ٣-٢٠ ) ، تحتوي على كثافة السائل $\rho$ ومعامل المسامية m والنفوذية K ولزوجة السائل $\mu$ ، فعند إجراء الحسابات لابد من معرفة علاقة هذه العوامل بالضغط .

### ٣-٣-١- الكثافة :

تعبر علاقة كثافة السائل المتجانس بالضغط عن معادلة الحالة عند درجة حرارة ثابتة . وعندما لاتتعلق الكثافة بالضغط ، سيحدث لدينا ارتشاح مستقر ، وهذا يعني أن السائل غير قابل للانضغاط :

$$\rho = const \qquad (٣-٢٣)$$

أما في العمليات غير المستقرة ، يتم الحصول على كميات إضافية من النفط نتيجة

تمدده ، أي زيادة حجمه لـدى انخفـاض الضغـط ، وهنـا يجـب الأخـذ بعـين الاعتبـار انضغاطية السائل :

$$\beta_L = - \frac{1}{V_L} \frac{dV_L}{dP} \qquad (٣-٢٤)$$

حيث إن : $V_L$ - الحجم الأولي للسائل ، $dV_L$ — تغير حجـم السـائل لـدى تغـير الضغط بقيمة $dP$ ، $\beta_L$ - معامل الانضغاطية الحجمية للسائل ، ويعتبر ثابتـاً مـن أجـل سائل معين ( لايتغير مع الضغط والحرارة ) .

لننتقل من الحجم إلى الكثافة بالعلاقة ( ٣-٢٤ ) :

$$V_L = \frac{M}{\rho} \Rightarrow dV_L = \frac{-M\,d\rho}{\rho^2}$$

نعوض هذه القيمة في المعادلة ( ٣-٢٤ ) فنجد :

$$\beta_L = \frac{M\,d\rho\ /\ \rho^2}{(M\ /\ \rho)\,dP} = \frac{d\rho}{\rho\,dP}$$

$$\frac{d\rho}{\rho} = \beta_L\,dP \qquad (٣-٢٥)$$

$$\int_{\rho_o}^{\rho} \frac{d\rho}{\rho} = \beta_L \int_{P_o}^{P} dP$$

ومنه :

$$\ell n\,(\rho\ /\ \rho_o) = \beta_L\,(P - P_o)$$

وبالتالي :

$$\rho = \rho_o\, e^{\beta_L (P - P_o)} \qquad (٣-٢٦)$$

إن الأس $\beta_L\,(P - P_o)$ يكون عادة أصغر من الواحد بكثير ، حيث إن الانضغاطيـة يعتـبر رقماً صغيراً جداً ، فإذا كانت $(\beta_L = 10^{-9}\ Pa^{-1})$ وفـرق الضغـط $(P - P_o = 10\ M\,Pa)$ فإن قيمة الأس تصبح مساويةً ( 0,01 ) . في مثل هذه الحالة يمكن كتابة مايلي :

$$e^{\beta_L (P - P_o)} = 1 + \beta_L (P - P_o) + \frac{1}{2!}\beta_L^2 (P - P_o)^2 + \frac{1}{3!}\beta_L^3 (P - P_o)^3 + \ldots + \ldots + \frac{1}{n!}\beta_L^n (P - P_o)^n$$

وبماأن القيم صغيرة فيمكن كتابة مايلي :

$$e^{\beta_L (P - P_0)} \cong 1 + \beta_L (P - P_0)$$

لذلك يعبر عن العلاقة الخطية بين الضغط والكثافة بالمعادلة التالية :

$$\rho = \rho_0 \left[1 + \beta_L (P - P_0)\right] \qquad (٣-٢٧)$$

يمكن استخدام المعادلة ( ٣-٢٦ ) من أجل فروق كبيرة في الضغط ، كذلك يستخدم أحياناً معامل مرونة السائل $K_L = \frac{1}{\beta_L}$ بدلاً عن معامل الانضغاطية ، فتصبح المعادلات ( ٣-٢٦ ) ، ( ٣-٢٧ ) على النحو التالي :

$$\rho = \rho_0 \, e^{\beta_L (P - P_0) / K_L} \qquad (٣-٢٨)$$

$$\rho = \rho_0 \left[1 + (P - P_0) / K_L\right] \qquad (٣-٢٩)$$

لننتقل الآن إلى كثافة الغازات ، فالغاز الطبيعي يمكن أن يعتبر مثالياً ، إذا كانت الضغوط الطبقية في المكامن الغازية غير كبيرة ( حتى 90 at - 60 ) وإذا تم استخراج الغاز عند انخفاض في الضغط مقداره ( 10 at ) فإن علاقة الغازات المثالية يمكن أن تكون علاقة كلابيرون ـ مندلييف ( KLABIRON - MENDELEEV ) .

$$\frac{P}{\rho} = R \, . \, T \qquad (٣-٣٠)$$

حيث إن : R ـ ثابت الغازات عندما تكون الكتلة الجزيئية تساوي $\overline{\mu}$ والتي ترتبط مع ثابت الغازات العامة $\overline{R}$ بالمعادلة التالية :

$$R = \frac{\overline{R}}{\mu}$$

فإذا كانت $T = T_c = const$ ، $\rho_{at}$ ـ كثافة الغاز عند الضغط الجوي ودرجة الحرارة الطبقية $T_c$ فإن :

$$P_{at} / \rho_{at} = P / \rho = R\,T \qquad (٣-٣١)$$

$$\rho = \frac{\rho_{at}\, P}{P_{at}}$$

غالباً مايصادف في الوقت الحاضر مكامن غازية ذات ضغوط طبقية عالية

( حتى 600 at - 400 ) والتي قد تنخفض بمقدار ( 300 at - 150 ) أثناء الاستثمار . في مثل هذه الحالة يجب استخدام معادلة الغازات الحقيقية والتي تختلف عن المعادلة ( ٣-٣٠)

$$P / \rho = Z . R . T \qquad (٣-٣٣)$$

حيث إن : Z ـ معامل انضغاطية الغاز ، الذي يحدد درجة انزياح الغاز الحقيقي عن قانون الغازات المثالية ، وهو يتعلق بالضغط والحرارة ( $Z = Z(P , t)$ ، ويتم الحصول على قيمته من الشكل ( ٣-٣ ) الذي يمثل علاقة براون ( BROWN ) .

لقد تم رسم هذا المنحني بناء على القيم المصغرة للضغط والحرارة :

$$P_r = \frac{P}{P_{kr\,mix}} , T_r = \frac{T}{T_{kr\,mix}} \qquad (٣-٣٤)$$

حيث إن : $P_{kr\,mix}$ , $T_{kr\,mix}$ ـ الضغط والحرارة الحرجين من أجل الغاز الطبيعي، الذي يعتبر خليطاً من مركبات مختلفة .

تعطى علاقة كثافة الغاز بالضغط عند ارتشاح الغاز الطبيعي عند درجة حرارة ثابتة بالمعادلة التالية :

$$\rho = \rho_{at}\, Z(P_{at})\, P / P_{at}\, Z(P) \qquad (٣-٣٥)$$

إن المعادلة ( $Z = Z(P)$ عند درجة حرارة ثابتة يمكن اعتبارها خطية عند التغير البسيط في الضغط .

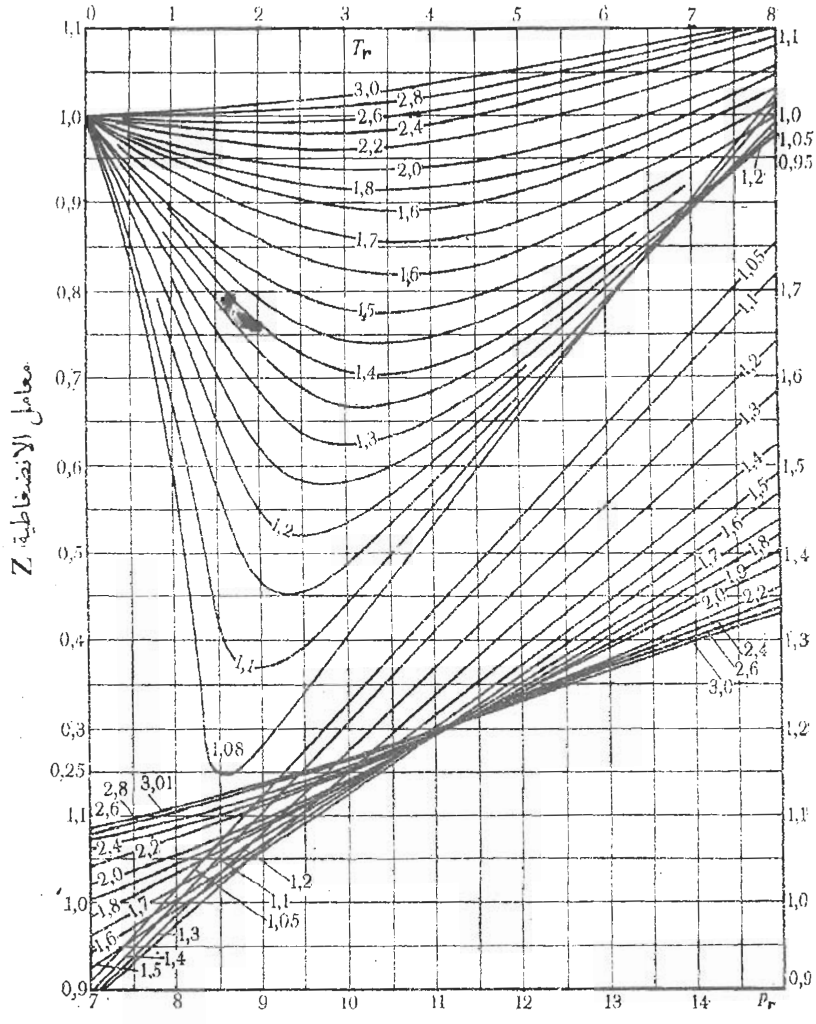
$$Z = Z_o \left[1 - \alpha_Z (P_o - P)\right] \qquad (٣-٣٦)$$

حيث إن : $Z_o$ ـ معامل الإنضغاطية عندما $P = P_o$ ، $\alpha_Z$ ـ ثابت .

وعندما تكون التغيرات في الضغط كبيرة فإن :

$$Z = Z_o\, e^{-\alpha_Z (P_o - P)} \qquad (٣-٣٧)$$

تختار قيمة $\alpha_Z$ بحيث تكون المنحنيات الممثلة بالمعادلتين ( ٣-٣٦ ) ، (٣-٣٧ ) أقرب مايمكن إلى المنحنيات التجريبية التي حصل عليها براون .




شكل(٣-٣):علاقةمعامل الانضغاطيةللغازات الهيدروكربونية بالقيم المصغرة للضغط والحرارة

**٣-٣-٢- اللزوجة :**

تشير التجارب التي أجريت أن معامل لزوجة النفط ( من أجل ضغط أعلى من ضغط الإشباع ) وللغاز تتزايد مع زيادة الضغط . وتحدد اللزوجة عند التغيرات الكبيرة في الضغط ( حتى 1000 at ) بالمعادلة التالية :

$$\mu = \mu_o e^{-\alpha_\mu (P_o - P)} \qquad (٣٨-٣)$$

أما من أجل التغيرات البسيطة في الضغط ، فإن العلاقة السابقة تأخذ الشكل الخط التالي :

$$\mu = \mu_o \left[1 - a_\mu (P_o - P)\right] \qquad (٣٩-٣)$$

حيث إن : $\mu_o$ ـ اللزوجة من أجل ضغط ثابت $P_o$ ، $a_\mu$ ـ معامل يحدد تجريبياً ويتعلق بتركيب النفط والغاز .

**٣-٣-٣- المسامية :**

تتعلق مسامية الوسط المسامي بالضغط من خلال ارتباطها بالجهود الداخلية والخارجية التي تؤثر على الوسط المسامي الحاوي على سوائل ، ولإيضاح هذه العلاقة لابد من دراسة هذه الجهود .

تشكل الصخور المتوضعة فوق الطبقة المنتجة مايسمى بضغط الصخور $P_{rock}$ ، والذي يعتبر ثابتاً لايتغير أثناء عملية الاستثمار ويعطى بالمعادلة التالية :

$$P_{rock} = \rho_{rock} \cdot g \cdot H \qquad (٤٠-٣)$$

حيث إن : $\rho_{rock}$ - الكثافة الوسطية للصخور الفوقية ،

$H$ - عمق توضع الطبقة المنتجة .

لنفترض أن الطبقة الواقعة تحت الطبقة المنتجة غير نفوذة ، فالضغط الناتج عن حمل الطبقات الواقعة فوق الطبقة المنتجة يكون متوزعاً بشكل متجانس في هذه الطبقة $\sigma$ ، أما ضغط السائل داخل الفراغات المسامية فيكون $P$ وبالتالي يمكن كتابة مايلي :

$$P_{rock} = (1 - m)\sigma + m \cdot P \qquad (٤١-٣)$$

أما الفرق مابين الجهود ضمن الجزء الصلب والسائل فيسمى بالجهد الفعال $\sigma_{ef}$ ويحسب من المعادلة التالية :

$$\sigma_{ef} = (1 - m)(\sigma - P) \qquad (٤٢-٣)$$

وبالتعويض في المعادلة ( ٣-٤١ ) نحصل على مايلي :

$$P_{rock} = \sigma_{ef} + P = const \qquad (٣-٤٣)$$

يفترض تقريباً أن الجهد الفعال يساوي الجهد الحقيقي σ ضمن الجزء الصلب وهذا الجهد ينقل بالتلامس بين الحبيبات الصخرية ، كذلك فإنه من الملائم استخدام مفهوم الجهد الفعال وذلك من أجل تحديده مخبرياً ، حيث يمكن قياس الحمولة G الذي يمثل جهد الصخور $P_{rock}$ ، والضغط داخل الفراغات المسامية P :

$$\sigma_{ef} = G - P \qquad (٣-٤٤)$$

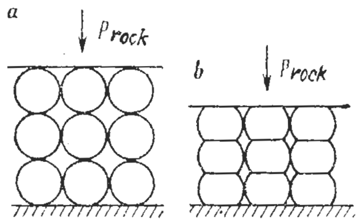
لدى استثمار المكامن ينخفض الضغط الطبقي P بينما يزداد الجهد الفعال $\sigma_{ef}$ وهذا يؤدي إلى انخفاض المسامية ، وبالتالي فإن تغير المسامية مشروط بتغير كل من الضغط الطبقي داخل المسامات والجهد الفعال $\sigma_{ef}$ .

$$m = m(P, \sigma_{ef}) \qquad (٣-٤٥)$$

تتناقص القوى المؤثرة على كل حبيبة من حبيبات الصخر عند هبوط الضغط ، لهذا يتزايد حجم الحبيبات الصخرية وبالتالي يتناقص حجم المسامات . إن زيادة الجهد $\sigma_{ef}$ يؤدي إلى تعرض حبيبات الصخر لتشويه إضافي ، حيث تتزايد سطوح التماس مابين هذه الحبيبات ويصغر الحجم المشغول من قبلها ، وقد يؤدي هذا إلى إعادة ترتيب هذه الحبيبات أو تحطيم المواد اللاصقة بينها أو قد تتفتت الحبيبات نفسها ... إلخ ، كما هو في الشكل ( ٣-٤ ) .

نلاحظ من المعادلة ( ٣-٤ ) أنه في حال ثبات حمولة الصخور فإن المسامية ستتعلق فقط بالضغط ، أي أن :

$$m = m(P)$$




شكل ( ٣-٤ ) : المخطط المبسط للوسط المسامي

( a ) قبل التشوه ( b ) بعد التشوه

يعتبر تغير المسامية تابعاً خطياً فقط للضغط وذلك بسبب التشوه القليل للأجسام الصلبة ، فانضغاطية الصخور تعطى بالمعادلة التالية :

$$\beta_c = \frac{dV_p}{V\,dP} \qquad (٣-٤٦)$$

حيث إن : $dV_p$ ـ تغير حجم المسامات ضمن عنصر الطبقة ذي الحجم V لدى تغير الضغط بمقدار dP

ولكن :

$$\frac{dV_p}{V} = dm$$

ومنه :

$$dm = \beta_c\, dP \qquad (٣-٤٧)$$

ولدى مكاملة المعادلة السابقة نحصل على :

$$m = m_o + \beta_c (P - P_o) \qquad (٣-٤٨)$$

حيث إن $m_o$ ـ المسامية عندما يكون $P = P_o$ .

تشير كافة التجارب المخبرية والأبحاث الحقلية أن معامل المرونة الحجمية للطبقة $\beta_c$ من أجل الصخور الحبيبية المختلفة ، يساوي :

$$\beta_c = (0,2 - 2) \cdot 10^{-10}\ Pa^{-1}$$

ويعطى تغير المسامية عند التغيرات الكبيرة في الضغط بالمعادلة التالية :

$$m = m_o\, e^{-\alpha_m (P - P_o)} \qquad (٣-٤٩)$$

حيث إن : $\alpha_m$ ـ ثابت يحدد تجريبياً ويتعلق بخواص الصخر .

**٣-٣-٤- النفوذية :**

لقد أثبتت التجارب أنه لاتتغير المسامية لدى تغير الضغط الطبقي فقط ، بل وتتغير النفوذية أيضاً ويكون هذا التغير أكبر من تغير المسامية دائماً ، فعند التغير القليل للضغط ستكون العلاقة خطية :

$$K = K_o \left[1 - \alpha_K (P_o - P)\right] \qquad (٣-٥٠)$$

أما عندما يكون التغير في الضغط كبيراً ، فإن العلاقة ستأخذ الشكل التالي :

$$K = K_o\, e^{-\alpha_K (P - P_o)} \qquad (٣-٥١)$$

في الطبقات المتشققة ، تتغير النفوذية بتغير الضغط بدرجة أكبر منها في الطبقات المسامية ، لهذا يجب أن تؤخذ بعين الاعتبار العلاقة $K(P)$ أكثر منه في الطبقات الحبيبية .

يمكن تمثيل معادلة الوسط المسامي والسوائل المشبع بها بمعادلات تفاضلية تأخذ بعين الاعتبار تغير كل من كثافة السائل ولزوجته ومسامية ونفوذية الوسط المسامي ، بتغير الضغط ، وتتلخص مهمتنا في تعيين ثماني دالآت مجهولة متعلقة بالإحداثيات والزمن ، وهذه المعادلات هي :

١) معادلة الاستمرارية ( ٣-١٢ ) .

٢) معادلات الحركة ( ٣-٢٠ ) .

٣) إحدى معادلات حالة السوائل (الكثافة)(٣-٢٦) ،( ٣-٢٧)،(٣-٣٢) ( ٣-٣٣ ) .

٤) إحدى معادلات اللزوجة ( ٣-٣٨ ) ، ( ٣-٣٩ ) .

٥) إحدى معادلات المسامية ( ٣-٤٨ ) ، ( ٣-٤٩ ) .

٦) إحدى معادلات النفوذية ( ٣-٥٠ ) ، ( ٣-٥١ ) .

## ٣-٤- الشروط البدائية والنهائية ( الحدّية ) :

يمكن اعتبار الطبقة جزءاً من الكرة الأرضية محدوداً بسطوح ( حدود ) وتكون هذه السطوح غير قادرة على تمرير السوائل ( كتيمة ) . وتتمثل هذه السطوح بالطبقات الفوقية والتحتية ، أما حدود الطبقة الجانبية ( الخارجية ) تتمثل بتماس النفط مع مجال التغذية والذي يسمى كونتور التغذية ، بينما يشكل جدار البئر ، حدود الطبقة الجانبية الداخلية . فمن أجل حلّ المعادلات السابقة الذكر ، لابد من وضع شروط حدية معينة .

تتلخص الشروط البدائية بإعطاء قيمة معينة لأي مؤشر بلحظة معينة ، فمثلاً إذا كان الضغط هو ذلك المؤشر فإن الشرط البدائي له

$$P = P_0 (x , y , z) \quad \text{عندما} \quad t = 0 \qquad (٣-٥٢)$$

وهذا يعني أنه في اللحظة البدائية سيكون هناك توزع متجانس للضغط في كل نقطة من الطبقة . وإذا لم يحصل في اللحظة الأولى أي تغير في الطبقة فإن الشروط البدائية ستأخذ الشكل التالي :

$$P = P_s = \text{const} \quad \text{عندما} \quad t = 0$$

تعطى عادة الشروط الحدية عند حدود الطبقة ، ويكون عددها مساوياً لعدد المعادلات التفاضلية .

أ) عند الحدود الخارجية K :

١) ضغط ثابت :

$$P (K , t) = P_K = \text{const} \qquad (٣-٥٣)$$

وهذا يعني أن حدود الطبقة الخارجية هي كونتور التغذية .

٢) تدفق ثابت من خلال الحدود الخارجية :

$$\frac{dP}{dn} = \text{const} \qquad (٣-٥٤)$$

حيث إن : n ـ المستقيم الذي يعامد حدود الطبقة .

٣) تدفق متغير خلال الحدود الخارجية :

$$\frac{dP}{dn} = f_1(t) \qquad (٣-٥٥)$$

٤) حدود خارجية مغلقة :

$$\frac{dP}{dn} = 0 \qquad (٣-٥٦)$$

٥) حدود لانهائية للطبقة :

$$\lim_{x \to \infty,\, y \to \infty} P(x, y, t) = P_k = \text{const} \qquad (٣-٥٧)$$

ب) عند الحدود الداخلية للطبقة :

٦) ثبات الضغط عند المنطقة المجاورة للبئر :

$$P(r_c, t) = P_c = \text{const} \qquad (٣-٥٨)$$

٧) إنتاجية ثابتة ، وهنا يطبق قانون دارسي :

$$Q = \frac{K}{\mu} \frac{\partial P}{\partial r} \cdot 2 \pi r_c \cdot b = \text{const}$$

أو

$$r = r_c \text{ عندما } r \frac{\partial P}{\partial r} = \frac{Q \mu}{2 \pi K b} \qquad (٣-٥٩)$$

حيث إن : $2 \pi r_c b$ ـ مساحة سطح الارتشاح ،

b ـ سماكة الطبقة المنتجة .

٨) ضغط متغير عند قاع البئر :

$$r = r_c \text{ عندما } P(r_c, t) = f_2(t) \qquad (٣-٦٠)$$

٩) إنتاجية متغيرة :

$$r = r_c \text{ عندما } r \frac{dP}{dr} = f_3(t) \qquad (٣-٦١)$$

١٠) إغلاق البئر :

$$r = r_e \text{ عندما } r\frac{dP}{dr} = 0 \qquad (٣-٦٢)$$

وأخيراً يمكن القول إن استخدام المعادلات التفاضلية والشروط الحدية لها تمكننا من إجراء الحسابات في كافة الظروف التي يمكن أن نواجهها في الواقع العملي ، ومن هنا أتت أهميتها .